



## UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE | CENTRO DE CIÊNCIA DE TECNOLOGIA | UNIDADE ACADÊMICA DE MATEMÁTICA

[illegible][illegible]

--	--	--	--

[illegible][illegible][illegible]

--	--

--	--	--	--	--

-

--	--	--

[illegible]

--	--

--	--	--	--	--	--	--	--

--

--	--

--	--	--	--	--	--	--	--

1	A	B	C	D	E
2	A	B	C	D	E
3	A	B	C	D	E
4	A	B	C	D	E
5	A	B	C	D	E
6	A	B	C	D	E
7	A	B	C	D	E
8	A	B	C	D	E
9	A	B	C	D	E
10	A	B	C	D	E

- 1- A prova será realizada no dia 30/05/2014 das 14h às 18h.
- 2- Cada questão da 1ª parte vale 10 pontos, enquanto que cada problema da 2ª parte vale 40 pontos.
- 3- Todas as soluções da 2ª parte devem ser justificadas. Uma simples resposta, sem indicar como foi obtida, receberá uma pontuação inferior.
- 4- Não é permitido o uso de calculadora nem consulta a notas de livros. É permitido o uso de régua, esquadro e compasso não graduados.
- 5- Nas 10 primeiras questões da 1ª parte assinale com X a alternativa que julgar correta na tabela ao lado. Assinale, com caneta, somente uma alternativa para cada questão.

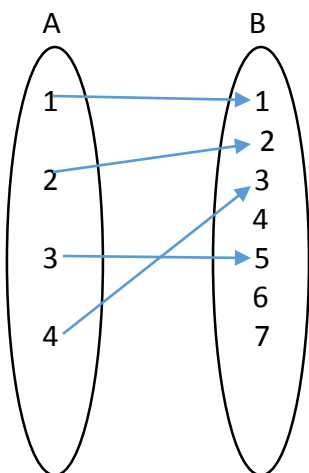


### 1º PARTE

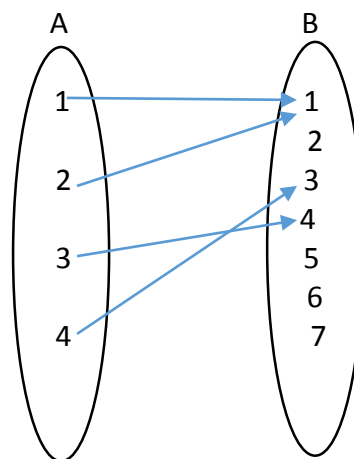
**Questão 1)** Quantos são os números naturais de dois dígitos tais que sua soma com o número formado pelos mesmos dígitos em ordem contrária resulta em um quadrado perfeito?

- a) 0      b) 1      c) 2      d) 3      e) 4

**Questão 2)** O conjunto A possui 4 elementos, o conjunto B, 7 elementos. Quantas funções injetoras  $f: A \rightarrow B$  existem?



**Exemplo de função injetora**



$f(1) = f(2) = 2$   
***f não é injetora***

(Lembrete:  $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ )

- a) 840      b) 7!      c) 49      d) 56      e) 210

**Questão 3)** Um número positivo  $x$  é tal que

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$$

Sendo assim, quanto vale

$$x^5 + \frac{1}{x^5} = ?$$

- a) 129      b) 177      c) 209      d) 231      e) 265



**Questão 4)** O número de valores inteiros de  $x$  para os quais a fração  $\frac{x+99}{x+3}$  é um número inteiro, é:

- a) 1      b) 6      c) 10      d) 12      e) 24

**Questão 5)** Na equação

$$\frac{x}{16} + \frac{x}{18} + \dots + 32x = 24.624$$

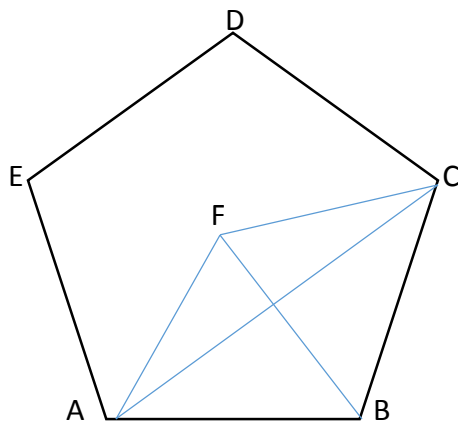
O valor de  $x$  corresponde a:

- a) 1      b) 2      c) 3      d) 4      e) 5

**Questão 6)** Um escritório de reuniões possui uma mesa em formato circular com 8 assentos. Haverá uma reunião na sala e 8 pessoas comparecerão e as mesmas se sentarão aleatoriamente em torno dessa mesa. Porém, por motivos pessoais, duas pessoas preferem não se sentar lado a lado. Qual a probabilidade delas se sentarem uma ao lado da outra?

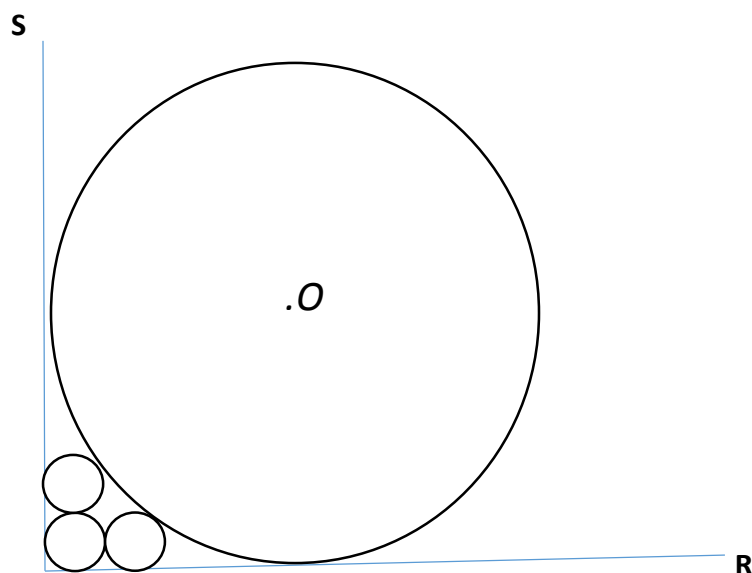
- a)  $\frac{1}{7}$       b)  $\frac{1}{8}$       c)  $\frac{2}{7}$       d)  $\frac{2}{8}$       e)  $\frac{3}{8}$

**Questão 7)** ABCDE é um pentágono regular e ABF é um triângulo equilátero interior ao pentágono. Quais são os ângulos internos do triângulo AFC.



- a)  $42^\circ, 120^\circ, 18^\circ$
- b)  $24^\circ, 30^\circ, 126^\circ$
- c)  $30^\circ, 24^\circ, 126^\circ$
- d)  $126^\circ, 24^\circ, 30^\circ$
- e)  $30^\circ, 126^\circ, 24^\circ$

**Questão 8)** A figura abaixo mostra as semirretas perpendiculares  $r$  e  $s$ , três circunferências pequenas cada uma com raio igual a 1 e uma circunferência grande de centro  $O$ . Uma das circunferências é tangente a  $r$  e a  $s$ , cada uma das outras duas é tangente a ela e a uma das semirretas, e a circunferência grande é tangente às semirretas e a duas das circunferências pequenas.



Qual o valor do raio da circunferência grande?

- a) 18
- b) 36
- c) 3
- d) 9
- e) 27

**Questão 9)** Quais os valores de  $x$  satisfazem a equação

$$3^{\log_2 2x - \log_2 x^3 + 2} = 1$$

- a)  $x = 2$
- b)  $x = 8$
- c)  $x = 4$
- d)  $x = 6$
- e)  $x = \sqrt{2}$



**Questão 10)** Um copo cilíndrico tem 3cm de raio e 12 cm de altura. Estando inicialmente cheio de água, o copo é inclinado até que o plano de sua base faça  $45^\circ$  com o plano horizontal. Qual o volume de água que permaneceu no copo?

- a)  $45\pi cm^3$       b)  $72\pi cm^3$       c)  $90\pi cm^3$       d)  $144\pi cm^3$       e)  $81\pi cm^3$

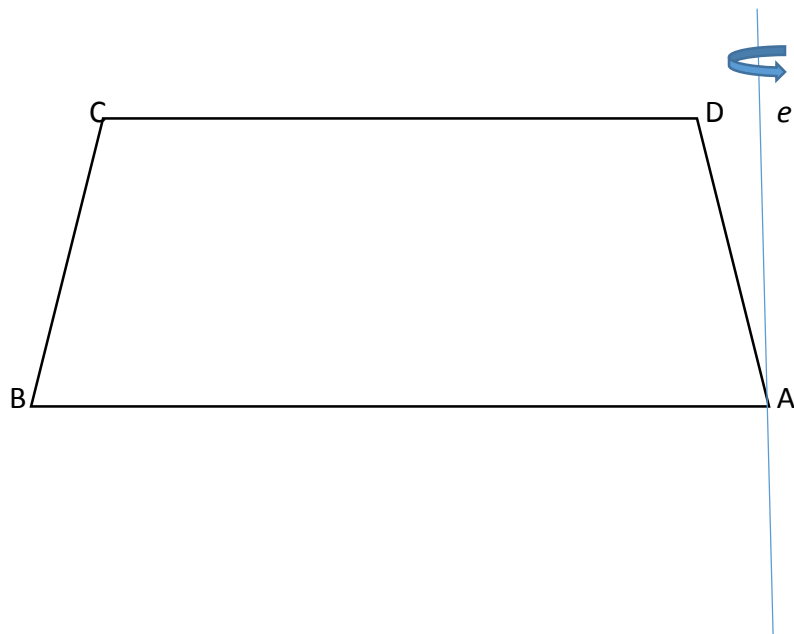
## 2º PARTE

**Problema 1.** Se  $a$  e  $b$  são inteiros consecutivos, mostre que  $a^2 + b^2 + (ab)^2$  é um quadrado perfeito.

**Problema 2.** Calcule:

$$\frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{\ddots \frac{1}{2005}}}}} + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{\ddots \frac{1}{2005}}}}}}$$

**Problema 3.** O trapézio de bases  $AB$  e  $CD$  da figura abaixo gira em torno do eixo  $e$ , que passa por  $A$  e é perpendicular a  $AD$ , gerando o sólido de revolução  $R$ . Dados  $AB = 4$ ,  $CD = 2$  e  $BC = AD = 3$ , calcule a área superficial do sólido.





**Problema 4.** Pessoas apressadas podem diminuir o tempo gasto em uma escada rolante subindo alguns degraus da escada no percurso. Para uma certa escada, observa-se que uma pessoa gasta 30 segundos na escada quando sobe 5 degraus e 20 segundos quando sobe 10 degraus. Quantos são os degraus da escada e qual o tempo normalmente gasto no percurso , ou seja, com a pessoa ficando parada?

**Problema 5.** Um triminó corresponde a um jogo que é uma variedade do popular dominó. No triminó as peças possuem formato triangular conforme ilustrado à seguir.



Note que em cada vértice é inserido um número inteiro de 0 a 6 qual pode ser repetido até três vezes na mesma peça. Sabendo que num jogo de triminó não há peças repetidas quantas peças esse jogo possui? Justifique sua resposta!